



全品

素养 优练

题型专项

SQUANPIN
SUYANGYOU LIAN

题型分阶 + 考点专项

高中
数学
全国版

主编：肖德好



延边教育出版社



CONTENTS

夯 实 练

【第一部分 小题夯实效练】

训练 1 集合与常用逻辑用语、不等式	001	训练 10 数列	019
训练 2 函数	003	训练 11 滚动练习 [训练 1~10]	021
训练 3 滚动练习 [训练 1~2]	005	训练 12 立体几何与空间向量	023
训练 4 一元函数的导数及应用	007	训练 13 滚动练习 [训练 1~12]	025
训练 5 滚动练习 [训练 1~4]	009	训练 14 平面解析几何	027
训练 6 三角函数、解三角形	011	训练 15 滚动练习 [训练 1~14]	029
训练 7 滚动练习 [训练 1~6]	013	训练 16 概率与统计	031
训练 8 平面向量、复数	015	训练 17 滚动练习 [训练 1~16]	033
训练 9 滚动练习 [训练 1~8]	017		

【第二部分 解答夯实效练】

训练 18 函数与导数 (A)	035
训练 19 函数与导数 (B)	037
训练 20 三角函数与解三角形 (A)	039
训练 21 三角函数与解三角形 (B)	041
训练 22 数列 (A)	043
训练 23 数列 (B)	045
训练 24 立体几何 (A)	047
训练 25 立体几何 (B)	049
训练 26 解析几何 (A)	051
训练 27 解析几何 (B)	053
训练 28 解析几何 (C)	055
训练 29 概率与统计 (A)	057
训练 30 概率与统计 (B)	059
训练 31 概率与统计 (C)	061

进阶练

【第三部分 小题进阶练】

训练 32	8 单选 + 3 多选 + 3 填空	063	训练 42	8 单选 + 3 多选 + 3 填空	083
训练 33	8 单选 + 3 多选 + 3 填空	065	训练 43	8 单选 + 3 多选 + 3 填空	085
训练 34	8 单选 + 3 多选 + 3 填空	067	训练 44	8 单选 + 3 多选 + 3 填空	087
训练 35	8 单选 + 3 多选 + 3 填空	069	训练 45	8 单选 + 3 多选 + 3 填空	089
训练 36	8 单选 + 3 多选 + 3 填空	071	训练 46	8 单选 + 3 多选 + 3 填空	091
训练 37	8 单选 + 3 多选 + 3 填空	073	训练 47	8 单选 + 3 多选 + 3 填空	093
训练 38	8 单选 + 3 多选 + 3 填空	075	训练 48	8 单选 + 3 多选 + 3 填空	095
训练 39	8 单选 + 3 多选 + 3 填空	077	训练 49	8 单选 + 3 多选 + 3 填空	097
训练 40	8 单选 + 3 多选 + 3 填空	079	训练 50	8 单选 + 3 多选 + 3 填空	099
训练 41	8 单选 + 3 多选 + 3 填空	081	训练 51	8 单选 + 3 多选 + 3 填空	101

【第四部分 解答进阶练】

训练 52	数列 + 立体几何 + 概率统计 + 函数与导数	103
训练 53	三角 + 立体几何 + 概率统计 + 圆锥曲线	105
训练 54	三角 + 数列 + 圆锥曲线 + 函数与导数	107
训练 55	三角 + 概率统计 + 立体几何 + 函数与导数	109
训练 56	三角 + 立体几何 + 数列 + 圆锥曲线	111
训练 57	概率统计 + 数列 + 圆锥曲线 + 函数与导数	113
训练 58	三角 + 圆锥曲线 + 概率统计 + 函数与导数	115
训练 59	数列 + 函数与导数 + 概率统计 + 立体几何	117
训练 60	三角 + 数列 + 立体几何 + 圆锥曲线	119
训练 61	数列 + 概率统计 + 立体几何 + 函数与导数	121
训练 62	三角 + 立体几何 + 函数与导数 + 圆锥曲线	123
训练 63	数列 + 三角 + 圆锥曲线 + 概率统计	125
训练 64	数列 + 三角 + 圆锥曲线 + 立体几何	127
训练 65	概率统计 + 数列 + 立体几何 + 函数与导数	129
训练 66	概率统计 + 三角 + 函数与导数 + 圆锥曲线	131

参考答案	133
------	-----



训练 1 集合与常用逻辑用语、不等式 (时间:45 分钟 满分:73 分)

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A = \{y | y = x^2 + 1\}$, 集合 $B = \{(x, y) | y = x^2 + 1\}$, 则下列关系正确的是 ()

- A. $A = B$ B. $0 \in A$
C. $(1, 2) \in B$ D. $(0, 0) \in B$

2. 若集合 $A = \{x | x^2 - 3x - 4 \leq 0\}$, 集合 $B = \{x | 2x - 3 > 0\}$, 则 $A \cup B =$ ()

- A. $[-1, 4]$ B. $(\frac{3}{2}, 4]$
C. $[-1, +\infty)$ D. $(-1, +\infty)$

3. “ $x^2 < x$ ”的充要条件是 ()

- A. $x < 1$ B. $\frac{1}{x} > 1$
C. $|x^2 - x| = x - x^2$ D. $3^{x^2} > 3^x$

4. “对任意 $x \in \mathbf{R}$, 关于 x 的不等式 $x^2 - ax + a > 0$ 恒成立”的一个充分不必要条件是 ()

- A. $a > -1$ B. $0 < a < 1$
C. $0 < a < 5$ D. $0 < a < 4$

5. 若“ $\exists x \in [-1, 1], x^2 - 4x - 2m + 1 > 0$ ”为假命题, 则实数 m 的取值范围为 ()

- A. $[3, +\infty)$ B. $[-\frac{3}{2}, +\infty)$
C. $(-\infty, -\frac{3}{2}]$ D. $[-\frac{3}{2}, 3]$

6. 已知 $a > 0, b > 0$, 且 $\frac{a+1}{a} + \frac{3}{b} = 2$, 则 $3a + b$ 的最小值为 ()

- A. 4 B. 6 C. 9 D. 12

7. 设 $x \in \mathbf{R}$, 则“ $\cos x = 0$ ”是“ $\sin x = 1$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件

8. 已知 p 是 r 的充分不必要条件, q 是 r 的充分条件, s 是 r 的必要条件, q 是 s 的必要条件, 现有下列结论: ① s 是 q 的充要条件; ② p 是 q 的充分不必要条件; ③ r 是 q 的必要不充分条件; ④ r 是 s 的充分不必要条件. 其中正确结论的序号是 ()

- A. ①④ B. ①②
C. ②③ D. ③④

二、选择题:本题共3小题,每小题6分,共18分.在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求,全部选对的得6分,部分选对的得部分分,有选错的得0分.

9. 设 a, b, c 是实数,且 $a > b > 0$, 则下列不等式恒成立的是 ()

- A. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ B. $ac^2 > bc^2$
 C. $2^a > 2^c$ D. $\lg a^2 > \lg(ab)$

10. 下列结论中正确的是 ()

- A. “ $x > 3$ ”是“ $x > 5$ ”的必要不充分条件
 B. “ $ac < 0$ ”是“一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 有一个正根一个负根”的充要条件
 C. 设 $x, y \in \mathbf{R}$, 则“ $x + y \geq 4$ ”是“ $x \geq 2$ 且 $y \geq 2$ ”的充分不必要条件
 D. “ $x \neq 1$ ”是“ $x^2 - 4x + 3 \neq 0$ ”的必要不充分条件

11. 若 $x > 0, y > 0$, 且 $x + y = xy$, 则 ()

- A. $x + y \geq 4$
 B. $xy \geq 2$
 C. $x + 2y + xy \geq 5 + 2\sqrt{6}$
 D. $\frac{2x}{x-1} + \frac{4y}{y-1} \geq 6 + 4\sqrt{2}$

三、填空题:本题共3小题,每小题5分,共15分.

12. 命题“ $\forall x \in [-2, +\infty), x + 3 \geq 1$ ”的否定是_____.

13. 若“ $\exists x \in [-1, 2], x - a > 0$ ”为假命题, 则实数 a 的取值范围是_____.

14. 已知 x, y 是正数, $\frac{1}{x} + \frac{2}{y} = 1$, 则 $\frac{2x+y}{xy+1}$ 的最小值为_____.

训练2 函数 (时间:45分钟 满分:73分)

一、选择题:本题共8小题,每小题5分,共40分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知函数 $f(x) = \ln \frac{e^x + 1}{e^x - 1}$, 则 $f[f(3)] =$ ()

- A. $\ln 3$ B. 3
C. e^3 D. $e^3 \ln 3$

2. 下列函数中,满足 $f(x)f(y) = f(x+y)$ 且在定义域上单调递增的是 ()

- A. $f(x) = x^3$ B. $f(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^x$
C. $f(x) = x^{\frac{2}{3}}$ D. $f(x) = e^x$

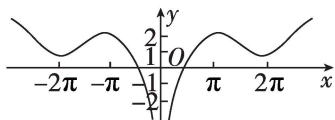
3. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 \mathbf{R} , 函数 $g(x) = f(x) + x^2$ 为奇函数,且 $g(x-4) = g(x)$, 则 $f(-6)$ 的值为 ()

- A. -4 B. -36 C. 0 D. 36

4. 设 $f(x)$ 是定义域为 \mathbf{R} 的奇函数,且 $f(x+2) = -f(x)$, 当 $1 < x < 2$ 时, $f(x) = \log_2 x + 1$, 则 $f\left(\frac{2023}{2}\right) =$ ()

- A. $\log_2 3$ B. $\log_2 3 - 1$
C. $-\log_2 3$ D. $-\log_2 3 - 1$

5. 已知函数 $f(x)$ 的部分图象如图所示,则 $f(x)$ 的解析式可能为 ()



A. $f(x) = \ln|x| + \sin x$

B. $f(x) = \ln|x| - \cos x$

C. $f(x) = \ln|x| + \cos x$

D. $f(x) = \ln|x| - \sin x$

6. 设 $f(x)$ 是定义域为 \mathbf{R} 的奇函数, $f(x+1)$ 是偶函数,且当 $x \in (0, 1]$ 时, $f(x) = ax(x-2)$. 若

$f(-1) + f(2) = -1$, 则 $f\left(\frac{7}{2}\right) =$ ()

- A. -1 B. $-\frac{3}{4}$ C. 1 D. $\frac{3}{2}$

7. 定义在 \mathbf{R} 上的奇函数 $f(x)$ 满足对任意 $0 < x_1 <$

x_2 都有 $\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} < 1$, 若 $f(1) = 1$, 则不等式

$f(x) - x > 0$ 的解集是 ()

- A. $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$
B. $(-1, 0) \cup (1, +\infty)$
C. $(-\infty, -1) \cup (0, 1)$
D. $(-1, 0) \cup (0, 1)$

8. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2^{x-1} + 1, & x \leq 2, \\ |\log_2(x-2)|, & x > 2, \end{cases}$ 若关于

x 的方程 $[f(x)]^2 - (a+8)f(x) - a = 0$ 有 6 个不同的实数根, 则实数 a 的取值范围为 ()

- A. $\left(-4, -\frac{15}{4}\right]$ B. $\left[-\frac{15}{4}, 0\right)$
C. $(-4, 0)$ D. $\left(-4, -\frac{7}{2}\right)$

二、选择题:本题共3小题,每小题6分,共18分.在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求,全部选对的得6分,部分选对的得部分分,有选错的得0分.

9. 给出下列四个结论,其中正确的是 ()

- A. 函数 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{-x^2+1}$ 的最大值为 $\frac{1}{2}$
- B. 已知函数 $y = \log_a(2-ax)$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 在 $(0,1)$ 上单调递减,则 a 的取值范围是 $(1,2)$
- C. 在同一平面直角坐标系中,函数 $y = 2^x$ 与 $y = \log_2 x$ 的图象关于直线 $y = x$ 对称
- D. 定义在 \mathbf{R} 上的奇函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 内有 1012 个零点,则函数 $f(x)$ 的零点个数 为 2025

10. 已知定义在 $(0, +\infty)$ 上的函数 $f(x)$ 满足

$$f(xy) = f(x) + f(y), \text{ 且 } f(4) = 12, \text{ 当 } x > 1$$

时, $f(x) > 0$, 则 ()

- A. $f(1) = 0$
- B. $f(x)$ 是偶函数
- C. $f(x)$ 在 $(0,1)$ 上单调递减,在 $(1, +\infty)$ 上单调递增
- D. 不等式 $f(x+3) - f\left(\frac{2}{x}\right) < 6$ 的解集是 $(0,1)$

11. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \ln(x+1), & x > 0, \\ x^3 - 3x + 1, & x \leq 0, \end{cases}$ 则下列说法中正确的是 ()

- A. 方程 $f(x) = 1$ 有两个不相等的实数根
- B. 若方程 $f(x) = m$ 有两个不相等的实数根, 则实数 m 的取值范围是 $(0,1)$
- C. 方程 $f[f(x)] = 1$ 有五个互不相等的实数根
- D. 若方程 $[f(x)]^2 - 2af(x) + a^2 - 1 = 0$ 有四个互不相等的实数根, 则实数 a 的取值范围是 $[0,1] \cup (2,4)$

三、填空题:本题共3小题,每小题5分,共15分.

12. 已知定义在 \mathbf{R} 上的奇函数 $f(x)$ 满足 $f(x+2) = -f(x)$, 当 $1 \leq x < 2$ 时, $f(x) = x - 2$. 则当 $-1 \leq x < 0$ 时, $f(x) =$ _____.

13. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 \mathbf{R} , $y = f(x) + e^x$ 是偶函数, $y = f(x) - 3e^x$ 是奇函数, 则 $f(x)$ 的最小值为 _____.

14. 已知函数 $f(x) = \frac{x}{x+1}$, 若对任意 $a \in [-2, 2]$,

存在 $x \in \left[\frac{1}{2}, 2\right]$, 使不等式 $f(x) \leq m^2 - 2am -$

$\frac{14}{3}$ 成立, 则实数 m 的取值范围为 _____.



训练 18 函数与导数(A) (时间:40 分钟 满分:60 分)

1. (13 分) 已知函数 $f(x) = \frac{a}{x} + \ln x$, 其中 a 为实常数.
- (1) 讨论 $f(x)$ 的单调性;
- (2) 若不等式 $f(x) \geq 1$ 在 $(0, 1]$ 上恒成立, 求实数 a 的取值范围.
2. (15 分) 已知函数 $f(x) = e^x, g(x) = x + a \ln x, a \in \mathbf{R}$.
- (1) 讨论 $g(x)$ 的单调性;
- (2) 若 $f(x) + 2x \geq g(x) + x^a$ 对任意的 $x \in (1, +\infty)$ 恒成立, 求 a 的最大值.

3. (15分) 已知函数 $f(x) = x - 2\sin x$.
- (1) 求 $f(x)$ 在 $(0, \pi)$ 上的极值;
- (2) 证明: 函数 $g(x) = \ln x - f(x)$ 在 $(0, \pi)$ 上有且仅有两个零点.
4. (17分) 已知函数 $f(x) = x^3 + bx^2 + cx - 1$ 在 $x = -2$ 处有极值, 且曲线 $y = f(x)$ 在 $x = -1$ 处的切线的斜率为 -3 .
- (1) 求函数 $f(x)$ 的解析式;
- (2) 求函数 $f(x)$ 在区间 $[-1, 2]$ 上的最大值与最小值;
- (3) 若过点 $P(1, m)$ 可作曲线 $y = f(x)$ 的三条切线, 求实数 m 的取值范围.



训练 19 函数与导数(B) (时间:40 分钟 满分:60 分)

1. (13 分) 已知函数 $f(x) = \ln x - ax + 3, a \in \mathbf{R}$.

- (1) 当 $a = 1$ 时, 求函数 $f(x)$ 的极值;
- (2) 求函数 $f(x)$ 的单调区间;
- (3) 若 $f(x) \leq 0$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.

2. (15 分) 已知函数 $f(x) = e^{x-1} \ln x, g(x) = x^2 - x$.

- (1) 讨论 $f(x)$ 的单调性;
- (2) 证明: 当 $x \in (0, 2)$ 时, $f(x) \leq g(x)$.

3. (15分) 已知函数 $f(x) = \ln x - a\left(1 - \frac{1}{x}\right) + 1$ ($a \in \mathbf{R}$).
- (1) 讨论函数 $f(x)$ 的单调性;
- (2) 若 $f(x) > 0$ 在 $(1, +\infty)$ 上恒成立, 求整数 a 的最大值.

4. (17分) 已知函数 $f(x) = x + 2 + a \ln x$, 其中 $a > 0$.
- (1) 若 $f(x)$ 的图象与直线 $y = 2x + 2$ 有唯一的公共点, 求 a 的值;
- (2) 若对任意 $x_1, x_2 \in (0, 1]$, 且 $x_1 \neq x_2$, 都有 $|f(x_1) - f(x_2)| < 2023 \left| \frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2} \right|$ 成立, 求实数 a 的取值范围.



训练 32 8 单选+3 多选+3 填空 (时间:45 分钟 满分:73 分)

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 设集合 $A = \{x | x+1 > 0\}$, $B = \{y | y = \sqrt{1-2^x}\}$, 则 $A \cap B =$ ()

- A. $(-1, 0]$ B. $[0, 1)$
C. $(-1, 1)$ D. $[0, +\infty)$

2. 已知命题 $p: \forall x \in \mathbf{Z}, x^2 \geq 0$, 则 p 的否定为 ()

- A. $\forall x \in \mathbf{Z}, x^2 < 0$ B. $\forall x \notin \mathbf{Z}, x^2 < 0$
C. $\exists x \in \mathbf{Z}, x^2 \geq 0$ D. $\exists x \in \mathbf{Z}, x^2 < 0$

3. 在二项式 $(\sqrt{x} - \frac{1}{2x})^6$ 的展开式中,二项式系数最大的是 ()

- A. 第 3 项 B. 第 4 项
C. 第 5 项 D. 第 3 项和第 4 项

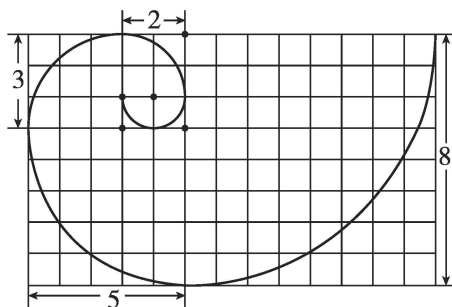
4. 已知向量 $\mathbf{a} = (-1, 2)$, $\mathbf{b} = (1, 2)$, 设 \mathbf{a}, \mathbf{b} 的夹角为 θ , 则 $\sin(\frac{3\pi}{2} - \theta) =$ ()

- A. $-\frac{3}{5}$ B. $\frac{3}{5}$
C. $-\frac{4}{5}$ D. $\frac{4}{5}$

5. 已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 成等差数列, 若 $\sin(B + \alpha) = \frac{3}{5} + \sin \alpha$, 则 $\sin(\alpha + 30^\circ) =$ ()

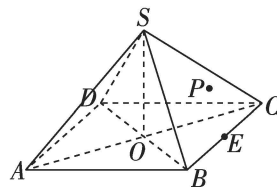
- A. $\frac{3}{5}$ B. $-\frac{4}{5}$
C. $\frac{4}{5}$ D. $-\frac{3}{5}$

6. 斐波那契螺旋线被誉为自然界最完美的“黄金螺旋线”,它的画法是:以斐波那契数列 $1, 1, 2, 3, 5, \dots$ 为边长的正方形拼成长方形,然后在每个正方形中画一个圆心角为 90° 的圆弧,这些圆弧顺次相连,则这些圆弧连起来的弧线就是斐波那契螺旋线.如图为该螺旋线最初的一部分,如果用接下来的一段圆弧所对应的扇形作为圆锥的侧面,则该圆锥的底面半径为 ()



- A. $\frac{\sqrt{13}}{2}$ B. $\frac{13}{8}$
C. $\frac{13}{4}$ D. $\frac{13}{2}$

7. 如图所示,已知四棱锥 $S-ABCD$ 的底面是边长为 6 的菱形, $\angle BAD = 60^\circ$, AC, BD 相交于点 O , $SO \perp$ 平面 $ABCD$, $SO = 4$, E 是 BC 的中点,动点 P 在该棱锥表面上运动,并且总保持 $PE \perp AC$, 则动点 P 的轨迹的长为 ()



- A. 3 B. 7 C. 13 D. 8

8. 已知 $x = \tan 1.04$, $a = \log_3 x$, $b = 2^a$, $c = \sin b$, 则 a, b, c 的大小关系为 ()

- A. $a < b < c$ B. $a < c < b$
C. $c < a < b$ D. $c < b < a$

二、选择题:本题共3小题,每小题6分,共18分.在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求,全部选对的得6分,部分选对的得部分分,有选错的得0分.

9. 已知函数 $f(x) = e^x - 2x + 1$, 则下列说法中正确的是 ()
- A. $f(x)$ 有极大值 $2\ln 2$
- B. $f(x)$ 有极小值 $3 - 2\ln 2$
- C. $f(x)$ 无最大值
- D. $f(x)$ 在 $(\ln 2, +\infty)$ 上单调递增

10. 下列说法中正确的为 ()
- A. 已知复数 z 的共轭复数为 \bar{z} , 则 $z + \bar{z}$ 一定是实数
- B. 若 a, b 为不共线的向量, 则 $|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$
- C. 若 z_1, z_2 为复数, 则 $|z_1 z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$
- D. 若 a, b 为向量, 且 $|a + b| = |a - b|$, 则 $a \cdot b = 0$

11. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$, F_1, F_2 分别为它的左、右焦点, A, B 分别为它的左、右顶点, 点 P 是椭圆上的一个动点, 则下列结论中正确的有 ()
- A. 存在 P 使得 $\angle F_1 P F_2 = \frac{\pi}{2}$
- B. $\cos \angle F_1 P F_2$ 的最小值为 $-\frac{7}{25}$
- C. 若 $P F_1 \perp P F_2$, 则 $\triangle F_1 P F_2$ 的面积为 9
- D. 直线 PA 与直线 PB 斜率的乘积为定值 $\frac{9}{25}$

三、填空题:本题共3小题,每小题5分,共15分.

12. 已知 x, y 的一组数据如表:

x	1	2	3	4	5
y	m	0.8	$2m$	1.2	1.5

画散点图分析可知 y 与 x 线性相关, 且求得的经验回归方程为 $\hat{y} = 0.24x + 0.28$, 则 $m =$ _____.

13. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = (a - 2)n^2 + n + a, n \in \mathbf{N}^*$. 若 $\{a_n\}$ 是等差数列, 则 $\{a_n\}$ 的通项公式为 _____.

14. 已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左焦点为 F , 离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$, 过 F 的直线 l 交椭圆于 A, B 两点, 且 $|AF| = 3|FB|$, 则直线 l 的斜率为 _____.

训练 33 8 单选+3 多选+3 填空 (时间:45 分钟 满分:73 分)

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A = \{(x, y) | y = \sqrt{1-x^2}\}$, $B = \{(x, y) | y = x\}$, 则 $A \cap B$ 中元素的个数为 ()
- A. 3 B. 2
C. 1 D. 0

2. 设复数 z 满足 $|z-2i| = \sqrt{3}$ (i 为虚数单位), z 在复平面内对应的点为 (x, y) , 则 ()
- A. $(x-2)^2 + y^2 = \sqrt{3}$ B. $x^2 + (y-2)^2 = \sqrt{3}$
C. $x^2 + (y-2)^2 = 3$ D. $x^2 + (y+2)^2 = 3$

3. 已知非零向量 a, b 满足 $|b| = 2\sqrt{3}|a|$, 且 $a \perp (3a+b)$, 则 a 与 b 的夹角为 ()
- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{2\pi}{3}$ D. $\frac{5\pi}{6}$

4. 已知曲线 $y = me^x + x \ln x$ 在点 $A(1, me)$ 处的切线方程为 $y = 2x + t$, 则 ()
- A. $m = e^{-1}, t = -1$ B. $m = e^{-1}, t = 1$
C. $m = e, t = -1$ D. $m = e, t = 1$

5. 在平面直角坐标系中, 角 α 与 β 的顶点均为坐标原点 O , 始边均为 x 轴的非负半轴. 若角 α 的终边与单位圆交于点 $P\left(\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right)$, 将射线 OP 绕坐标原点 O 按逆时针方向旋转 $\frac{\pi}{3}$ 后与角 β 的终边重合, 则 $\cos \beta =$ ()

- A. $\frac{3-4\sqrt{3}}{10}$ B. $\frac{3+4\sqrt{3}}{10}$
C. $\frac{4-3\sqrt{3}}{10}$ D. $\frac{4+3\sqrt{3}}{10}$

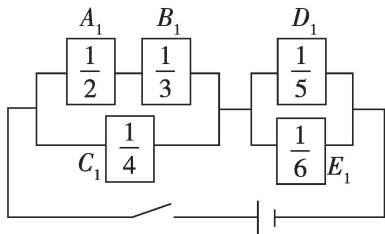
6. 洞庭湖生态治理是推动产业绿色转型升级, 推进新时代洞庭湖生态经济区高质量发展的重要举措. 某镇落实该举措后, 大力发展特色产业, 预计 2025 年平均每户收入将增加 4000 元, 以后每年度平均每户较上一年增加的收入以 10% 的速度增长, 则该镇每年度平均每户较上一年增加的收入开始超过 12 000 元的年份大约是 (参考数据: $\ln 3 \approx 1.10, \ln 10 \approx 2.30, \ln 11 \approx 2.40$) ()
- A. 2035 年 B. 2036 年
C. 2037 年 D. 2038 年

7. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_7 = -\frac{\pi}{8}$, 设函数 $f(x) = \cos^4 x - \sin^4 x + 2 \sin x \cos x + 2$, 记 $y_n = f(a_n)$, 则数列 $\{y_n\}$ 的前 13 项和为 ()
- A. 0 B. 12
C. 24 D. 26

8. 已知函数 $y = ax + \frac{1}{x}$ 的图象是焦点不在 x 轴上的双曲线, 其渐近线方程为 $y = ax$ 与 $x = 0$. 现将函数 $y = 3x + \frac{1}{x}$ 的图象绕坐标原点按顺时针方向旋转得到焦点位于 x 轴上的双曲线 C , 则双曲线 C 的离心率是 ()
- A. $3 + \sqrt{10}$ B. $20 - 6\sqrt{10}$
C. $\sqrt{3 + \sqrt{10}}$ D. $\sqrt{20 - 6\sqrt{10}}$

二、选择题:本题共3小题,每小题6分,共18分.在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求,全部选对的得6分,部分选对的得部分分,有选错的得0分.

9. 在如图所示的电路中,箱子 A_1, B_1, C_1, D_1, E_1 均表示保险匣,箱中所示数值表示通电时保险丝被切断的概率,则下列结论正确的是 ()



- A. A_1, B_1 所在线路畅通的概率为 $\frac{1}{6}$
- B. A_1, B_1, C_1 所在线路畅通的概率为 $\frac{5}{6}$
- C. D_1, E_1 所在线路畅通的概率为 $\frac{1}{30}$
- D. 当开关合上时,整个电路畅通的概率为 $\frac{29}{36}$

10. 已知函数 $f(x) = a \sin 2x + \sqrt{3} \cos 2x (a > 0)$ 的最大值为 $2\sqrt{3}$, 则下列结论正确的是 ()

- A. 函数 $f(x)$ 的最小正周期为 $\frac{\pi}{2}$
- B. $a = 3$
- C. 函数 $f(x)$ 的图象关于直线 $x = -\frac{\pi}{12}$ 对称
- D. 方程 $f(x) = -\sqrt{3}$ 在区间 $(0, \pi)$ 内有两个不同的实根

11. 已知 AC 为圆锥 SO 底面圆 O 的直径, 点 B 为圆 O 上异于 A, C 的动点, $SO = 1, OC = \sqrt{3}$, 则下列结论正确的为 ()

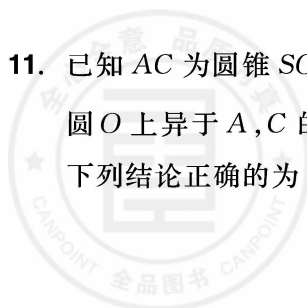
- A. 圆锥 SO 的侧面积为 $2\sqrt{3}\pi$
- B. $\angle SAB$ 的取值范围为 $(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3})$
- C. 若 $AB = BC, E$ 为线段 AB 上的动点, 则 $(SE + CE)_{\min} = \sqrt{10 + 2\sqrt{15}}$
- D. 过该圆锥顶点 S 的平面截此圆锥所得截面面积的最大值为 $\sqrt{3}$

三、填空题:本题共3小题,每小题5分,共15分.

12. $(x - 2y + 1)^5$ 的展开式中含 x^2y 的项的系数为 _____.

13. 已知圆 C 的圆心与抛物线 $y^2 = 8x$ 的焦点关于直线 $y = x$ 对称, 直线 $2x - y - 3 = 0$ 与圆 C 交于 A, B 两点, 且 $|AB| = 2\sqrt{3}$, 则圆 C 的方程为 _____.

14. 已知 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的奇函数, 且对任意的 $x \in \mathbf{R}$, 都有 $f(x) = f(2-x)$, 当 $-1 \leq x < 0$ 时, $f(x) = \log_2(-x)$, 则函数 $g(x) = f(x) + 2$ 在区间 $(-1, 8)$ 内的所有零点之和为 _____.



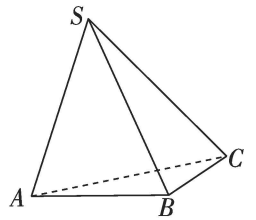


训练 52 数列 + 立体几何 + 概率统计 + 函数与导数

(时间:45 分钟 满分:60 分)

1. (13 分) 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1, a_2=5, a_{n+2} = 5a_{n+1} - 6a_n$.
- (1) 证明: $\{a_{n+1} - 2a_n\}$ 是等比数列;
- (2) 证明: 存在两个等比数列 $\{b_n\}, \{c_n\}$, 使得 $a_n = b_n + c_n$ 成立.

2. (15 分) 在三棱锥 $S-ABC$ 中, 底面三角形 ABC 为等腰直角三角形, $\angle SAB = \angle SCB = \angle ABC = 90^\circ$.
- (1) 求证: $AC \perp SB$;
- (2) 若 $AB = 2, SC = 2\sqrt{2}$, 求平面 SAC 与平面 SBC 夹角的余弦值.



3. (15分)甲、乙两人进行射击比赛,一局比赛中,先射击的一方最多可射击3次,一旦未击中目标即停止,然后换另一方射击,一旦未击中目标或双方射击总次数达5次均停止,本局比赛结束,各方击中目标的次数即为其本局比赛得分.已知甲、乙每次射击击中目标的概率分别为 $\frac{2}{3}$ 和 $\frac{1}{2}$,两人的各次射击是否击中目标相互独立.现进行一局比赛,且甲先射击.
- (1)求甲、乙得分相同的概率;
- (2)设乙的得分为 X ,求 X 的分布列及数学期望.
4. (17分)已知函数 $f(x) = e^{2x} + (1-2a)e^x - ax$, $a \in \mathbf{R}$.
- (1)讨论函数 $f(x)$ 的单调性;
- (2)当 $a=1$ 时,若对任意 $x>0$,都有 $2f(x) - f'(x) \leq -x^2 - (m+2)x$,求实数 m 的取值范围.

训练 53 三角+立体几何+概率统计+圆锥曲线

(时间:45 分钟 满分:60 分)

1. (13 分) 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 且满足 $b \cos C + \sqrt{3} b \sin C = a + c$.

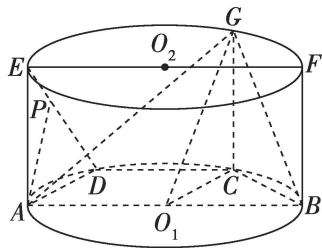
(1) 若 $b = \sqrt{3}$, 求 $\triangle ABC$ 的外接圆半径;

(2) 若 $a + c = 4\sqrt{3}$, 且 $\vec{BA} \cdot \vec{BC} = 6$, 求 $\triangle ABC$ 的内切圆半径.

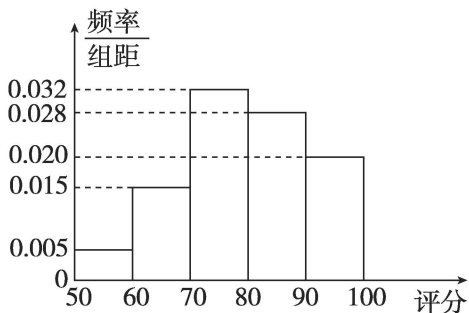
2. (15 分) 如图所示, 在圆柱 O_1O_2 中, 等腰梯形 $ABCD$ 为底面圆 O_1 的内接四边形, O_1 在 AB 上, 且 $AD = DC = BC = 1$, 矩形 $ABFE$ 是该圆柱的轴截面, CG 为圆柱的一条母线, $CG = 1$.

(1) 求证: 平面 $O_1CG \parallel$ 平面 ADE ;

(2) 设 $\vec{DP} = \lambda \vec{DE}$, $\lambda \in [0, 1]$, 试确定 λ 的值, 使得直线 AP 与平面 ABG 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{105}}{35}$.



3. (15分) 如图是某校高三年级学生“运动与健康”评价结果的频率分布直方图, 评分在区间 $[90, 100]$, $[70, 90)$, $[60, 70)$, $[50, 60)$ 上, 分别对应为A, B, C, D四个等级. 为了进一步引导学生对运动与健康的重视, 初评获A等级的学生不参加复评, 等级不变, 对其余学生学校将进行一次复评. 复评中, 原获B等级的学生有 $\frac{1}{4}$ 的概率提升为A等级; 原获C等级的学生有 $\frac{1}{5}$ 的概率提升为B等级; 原获D等级的学生有 $\frac{1}{6}$ 的概率提升为C等级. 用频率估计概率, 每名学生复评结果相互独立.



- (1) 若初评中甲获得B等级, 乙、丙均获得C等级, 记甲、乙、丙三人复评后获得B等级的人数为 H , 求 H 的分布列和数学期望;
- (2) 从全体高三年级学生中任选1人, 在已知该学生是复评晋级的条件下, 求他初评是C等级的概率.

4. (17分) 已知点 $A(2, 2)$ 在抛物线 $E: y^2 = 2px$ ($p > 0$)上, B, C 为抛物线 E 上的两个动点, Q 为抛物线 E 的准线与 x 轴的交点, F 为抛物线 E 的焦点.

(1) 若 $\angle BOC = 90^\circ$ (O 为坐标原点), 求证: 直线 BC 恒过定点;

(2) 若直线 BC 过点 Q , 点 B, C 在 x 轴下方, 点 B 在 Q, C 之间, 且 $\tan \angle BFC = \frac{24}{7}$, 求 $\triangle ACF$ 的面积和 $\triangle BCF$ 的面积比值.

